Liczba wymierna – liczba, którą można przedstawić w postaci ułamka $\frac{m}{p}$, gdzie m i p są liczbami całkowitymi oraz p jest liczbą różną od zera ($p \neq 0$). Przykładem liczby wymiernej jest $\frac{2}{5}$, więc 0,4.

Liczba niewymierna – liczba, której nie da się przedstawić w postaci ułamka $\frac{m}{p}$, gdzie m i p są liczbami całkowitymi oraz p jest liczbą różną od zera ($p \neq 0$). Przykładem liczby niewymiernej jest ułamek $\frac{2}{3}$, zapisany w postaci dziesiętnej: $0,(6)$. Nawias w zapisie sugeruje, że 6 znajduje się w tzn. okresie, więc zajmuje po przecinku nieskończenie wiele miejsc: 0,666666666666… - dlatego jest niewymierna. Innymi przykładami liczb niewymiernych są: liczba pi π, wiele pierwiastków oraz wyników logarytmowania.

Istotne zagadnienia:

Zbiory oznaczamy wielkimi literami. Zbiór A o elementach a, b, c ma zapis: A = {a, b, c}

Zbiór liczb naturalnych N: N = {0, 1, 2, 3, 4, …}

Zbiór liczb całkowitych C: C = {…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …}

Zamiast nawiasów zamkniętych i otwartych stosujemy klamry { }, w przypadku gdy zamiast przedziału wymieniamy wszystkie elementy zbioru.

Cechy podzielność liczb:

Liczba jest podzielna przez 2 jeżeli w rzędzie jedności ma cyfrę: 0, 2, 4, 6, lub 8.
Przykłady: 12, 508, 1664, 100000.

Liczba jest podzielna przez 3 jeżeli suma jej cyfr tworzy liczbę podzielną przez 3.
Przykłady:
$42 \rightarrow 4 + 2 = 6; 6 = 2 \cdot 3$
$783 \rightarrow 7 + 8 + 3 = 18; 18 = 6 \cdot 3$
$1209 \rightarrow 1 + 2 + 0 + 9 = 12; 12 = 4 \cdot 3$

Liczba jest podzielna przez 4 jeżeli jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4.
Przykłady: 116, 340, 2036

Liczba jest podzielna przez 5 jeżeli w rzędzie jedności ma cyfrę 0 lub 5.
Przykłady: 30, 785, 1090

Liczba jest podzielna przez 6, gdy równocześnie dzieli się przez 2 i przez 3.
Przykłady:
138 - ostatnia cyfra świadczy o podzielności przez 2, a suma cyfr 1 + 3 + 8 = 12 jest podzielna przez 3.

Aby dowiedzieć się czy dana liczba dzieli się przez 7, skreślamy jej ostatnie trzy cyfry, a od tak powstałej liczby odejmujemy liczbę skreśloną, jeśli ta różnica dzieli się przez siedem to i liczba jest podzielna przez 7.
Przykład:
$366345 \rightarrow 366 - 345 = 21; 21 = 3 \cdot 7$

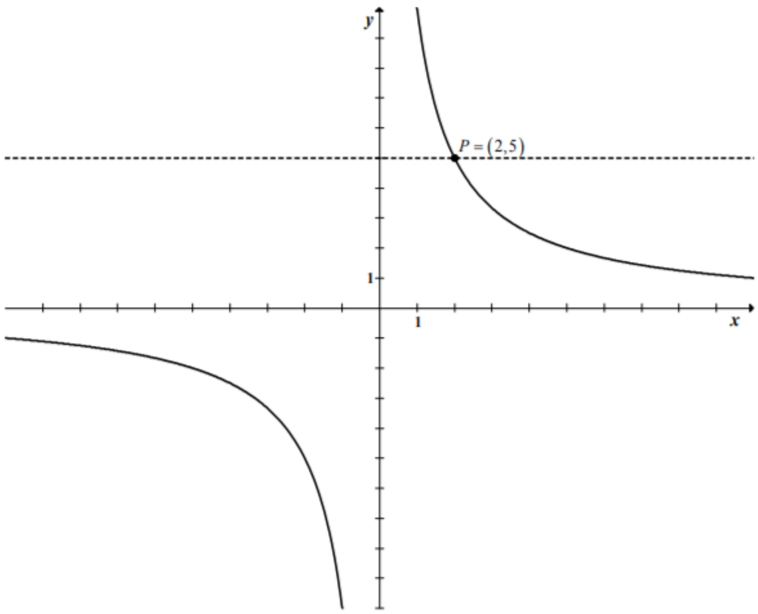
pokonuje tę trasę o 1 godzinę krócej niż pociąg osobowy. Oblicz czas pokonania tej drogi przez pociąg pospieszny.

Zadanie 11. (SP11)
Pewien turysta pokonał trasę 112 km, przechodząc każdego dnia tę samą liczbę kilometrów. Gdyby mógł przeznaczyć na tę wędrówkę o 3 dni więcej, to w ciągu każdego dnia mógłby przechodzić o 12 km mniej. Oblicz, ile kilometrów dziennie przechodził ten turysta.

Zadanie 12. (SP10)
W dwóch hotelach wybudowano prostokątne baseny. Basen w pierwszym hotelu ma powierzchnię 240 m^2. Basen w drugim hotelu ma powierzchnię 350 m^2 oraz jest o 5 m dłuższy i 2 m szerszy niż w pierwszym hotelu. Oblicz, jakie wymiary mogą mieć baseny w obu hotelach. Podaj wszystkie możliwe odpowiedzi.

Zadanie 13. (SP09)
Dwaj rzemieślnicy przyjęli zlecenie wykonania wspólnie 980 detali. Zaplanowali, że każdego dnia pierwszy z nich wykona m , a drugi n detali . Obliczyli , że razem wykonają zlecenia w ciągu 7 dni. Po pierwszym dniu pracy pierwszy z rzemieślników rozchorował się i wtedy drugi, aby wykonać całe zlecenie, musiał pracować o 8 dni dłużej niż planował, (nie zmieniając liczby wykonywanych dziennie detali).Oblicz m i n.

Zadanie 14. (SP08)
Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji h , określonej wzorem $h(x) = \frac{a}{x}$ dla $x \neq 0$.
Wiadomo, że do wykresu funkcji h należy punkt P = (2,5) .

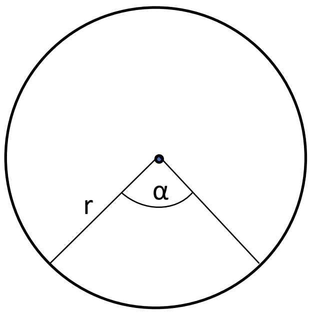


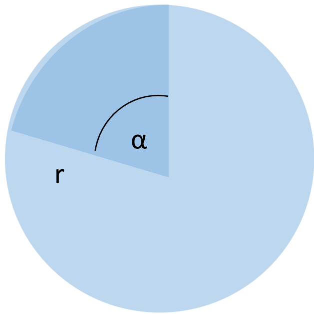
a) Oblicz wartość współczynnika a.
b) Ustal, czy liczba $h(\pi) - h(-\pi)$ jest dodatnia czy ujemna.
c) Rozwiąż nierówność $h(x) > 5$.

Łuk okręgu, wycinek:

Długość łuku okręgu obliczymy dzięki wzorowi: $\mathbf{l} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \mathbf{2\pi r}$

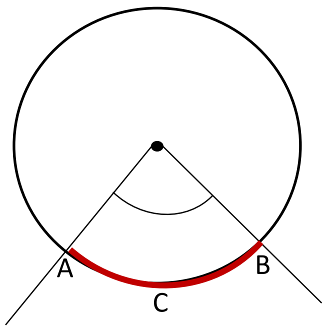
Pole wycinka obliczymy: $\mathbf{P} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \boldsymbol{\pi r^2}$



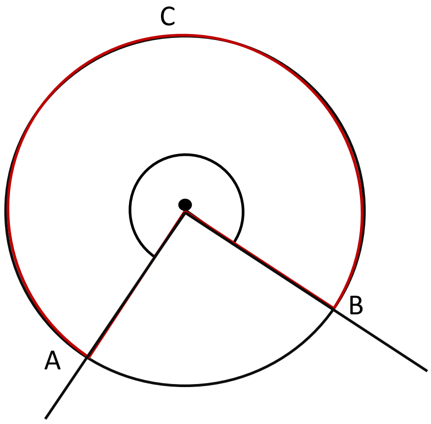


Kąty w okręgu:

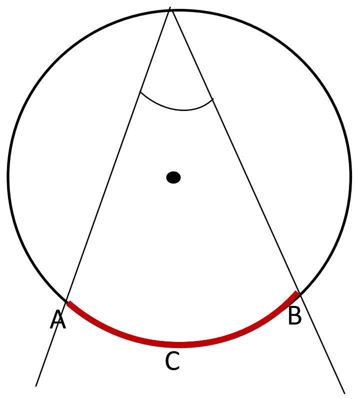
Kąt środkowy oparty na łuku ACB



Kąt środkowy oparty na łuku ACB



Kąt wpisany oparty na łuku ACB



Kąty wpisane oparte na tym samym łuku są równe.
Kąt środkowy jest dwa razy większy od kąta wpisanego opartego na tym samym łuku.

Okrąg wpisany i opisany:

1. Okrąg wpisany i opisany na trójkącie.

Środek okręgu wpisanego w trójkąt leży na przecięciu dwusiecznych kątów trójkąta.
Promień okręgu wpisanego:

$$\boldsymbol{r = \frac{2P}{a + b + c}}$$

gdzie P = pole trójkąta

Środek okręgu opisanego na trójkącie leży na przecięciu symetralnych boków trójkąta. Trójkąt oparty na średnicy jest prostokątny.

Promień okręgu opisanego: $\boldsymbol{R = \frac{abc}{4P}}$